

**Programme de mathématique :** « une initiation au calcul des probabilités, suivie de notions de statistique inférentielle débouchant sur la construction des tests statistiques les plus simples utilisés en contrôle de qualité... ; ».

### -Test de normalité :Test de Shapiro et Wilk

Ce test vérifie, si une série se distribue de façon normale

Démarche de vérification :

**1/ Classer les différentes valeurs de la série par ordre croissant**

Exemple : soit le tableau suivant correspondant aux résultats de mesures d'un alésage ( en mm)

Pièce n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
mesure	12.124	12.230	12.327	12.242	12.466	12.215	12.026	12.359	12.215	12.387

Classement des valeurs de mesure par ordre croissant :

12.026	12.124	12.215	12.215	12.230	12.242	12.327	12.359	12.387	12.466
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

**2/ Calculer la moyenne Xbar de la série de mesure :**

$$X\bar{=} \text{moyenne} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{Dans notre exemple : } X = 12.259$$

**3 / Calculer le nombre :**

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - X\bar{})^2 \quad \text{Dans notre exemple : } S^2 = 0.1514$$

**4/ Calculer les différences respectives :**

$$d_1 = X_n - X_1 \quad d_2 = X(n-1) - X_2 \quad \dots \quad d_n =$$

Dans notre exemple :

$$\begin{aligned} d_1 &= 12.466 - 12.026 = 0.440 \\ d_2 &= 12.387 - 12.124 = 0.263 \\ d_3 &= 12.359 - 12.215 = 0.144 \\ d_4 &= 12.327 - 12.215 = 0.112 \\ d_5 &= 12.242 - 12.230 = 0.012 \end{aligned}$$

**5/ A chacune de ces différences, on affecte les coefficients a, donnés par la table, avec n nombre de différences**

Dans notre exemple :

$$\begin{aligned} 0.440 \times 0.5739 &= 0.2525 \\ 0.263 \times 0.3291 &= 0.0865 \\ 0.144 \times 0.2141 &= 0.0308 \\ 0.112 \times 0.1224 &= 0.0137 \\ 0.012 \times 0.0399 &= 0.0005 \end{aligned}$$

**6 / Calculer la valeur :**  $b = \sum d_j a_j$  Dans notre exemple : b = 0.384

**7 / Calculer le rapport :**  $W = \frac{b^2}{S^2}$  Dans notre exemple : W = 0.384<sup>2</sup> / 0.1514 = 0.9739

+9\*/8

**8 / Comparer W calculé au W<sub>critique</sub> de la table, avec n nombre de données.**

Si W calculé est supérieur au W<sub>critique</sub> de la table, la normalité est acceptée.

Si W calculé est inférieur au W<sub>critique</sub> de la table, la normalité est rejetée

Dans le cas de l'exemple, W = 0.9739 > 0.842 l'hypothèse de normalité est acceptée.

(Si W < 0.842, il y aurait refus avec un risque de 5% de rejeter une distribution normale.)

**Exemple 2 :** Vérifier la normalité de la suite de valeurs de contrôle suivantes :

n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
valeurs	52	56	45	47	48	45	42	40	50	48

### Test de Shapiro et Wilk

1 / table des coefficients « a »

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
J										
1	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739	
2		0.0000	0.1677	0.2413	0.2806	0.3031	0.3164	0.3244	0.3291	
3			0.0000	0.0875	0.1401	0.1743	0.1976	0.2141		
4					0.0000	0.0561	0.0947	0.1224		
5							0.0000	0.0399		

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
J										
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4963	0.4886	0.4808	0.4734
2	0.3315	0.3325	0.3325	0.3318	0.3306	0.3290	0.3273	0.3253	0.3232	0.3211
3	0.2260	0.2347	0.2412	0.2460	0.2495	0.2521	0.2540	0.2553	0.2561	0.2565
4	0.1429	0.1586	0.1707	0.1802	0.1878	0.1939	0.1988	0.2027	0.2059	0.2085
5	0.0695	0.0922	0.1099	0.1240	0.1353	0.1447	0.1524	0.1587	0.1641	0.1686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7			0.0000	0.0240	0.0433	0.0593	0.0725	0.0837	0.0932	0.1013
8					0.0000	0.0196	0.0359	0.0496	0.0612	0.0711
9						0.0000	0.0163	0.0303	0.0422	
10								0.0000	0.0140	

n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
J										
1	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254
2	0.3185	0.3156	0.3126	0.3098	0.3069	0.3043	0.3018	0.2992	0.2968	0.2944
3	0.2578	0.2571	0.2563	0.2554	0.2543	0.2533	0.2522	0.2510	0.2499	0.2487
4	0.2119	0.2131	0.2139	0.2145	0.2148	0.2151	0.2152	0.2151	0.2150	0.2148
5	0.1736	0.1764	0.1787	0.1807	0.1822	0.1836	0.1848	0.1857	0.1064	0.1870
6	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630
7	0.1092	0.1150	0.1201	0.1245	0.1283	0.1316	0.1346	0.1372	0.1395	0.1415
8	0.0804	0.0878	0.0941	0.0997	0.1046	0.1089	0.1128	0.1162	0.1192	0.1219
9	0.0530	0.0618	0.0696	0.0764	0.0823	0.0876	0.0923	0.0965	0.1002	0.1036
10	0.0263	0.0368	0.0459	0.0539	0.0610	0.0672	0.0728	0.0778	0.0822	0.0862
11	0.0000	0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697
12		0.0000	0.0107	0.0200	0.0284	0.0358	0.0424	0.0483	0.0537	
13				0.0000	0.0094	0.0178	0.0253	0.0320	0.0381	
14						0.0000	0.0084	0.0159	0.0227	
15								0.0000	0.0076	

N	W '95%	W '99%
10	0.842	0.781
11	0.850	0.792
12	0.859	0.805
13	0.856	0.814
14	0.874	0.825
15	0.881	0.835
16	0.837	0.844
17	0.892	0.851
18	0.897	0.858
19	0.901	0.863
20	0.905	0.868
21	0.908	0.873
22	0.911	0.878
23	0.914	0.881
24	0.916	0.884
25	0.918	0.888
26	0.920	0.891
27	0.923	0.894
28	0.924	0.896
29	0.926	0.898
30	0.927	0.900
31	0.929	0.902
32	0.930	0.904
33	0.931	0.906
34	0.933	0.908
35	0.934	0.910
36	0.935	0.912
37	0.936	0.914
38	0.938	0.916
39	0.939	0.917
40	0.940	0.919
41	0.941	0.920
42	0.942	0.922
43	0.943	0.923
44	0.944	0.924
45	0.945	0.926
46	0.945	0.927
47	0.946	0.928
48	0.947	0.929
49	0.947	0.929
50	0.947	0.930

**Travail demandé:** Produire une feuille de calcul pour tester la normalité d'une série de mesures à partir d'un échantillon d'effectif 10, puis 20, puis 30:

Structure de la feuille de calcul:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	Pièce n°	mesure	tri croissant	moyenne	Xi-moyenne	(Xi-moyenne) <sup>2</sup>	$S^2=\sum(Xi-\text{moyenne})^2$	di	coeff a	ajxdj	$b^2=(\sum ajxdj)^2$	W=
4	1	12.124	12.026	12.2591	-0.2331	0.0543	0.1514	0.44	0.5739	0.2525	0.1475	0.9746
5	2	12.230	12.124		-0.1351	0.0183		0.26	0.3291	0.0866		
6	3	12.327	12.215		-0.0441	0.0019		0.14	0.2141	0.0308		
7	4	12.242	12.215		-0.0441	0.0019		0.11	0.1224	0.0137		
8	5	12.466	12.230		-0.0291	0.0008		0.01	0.0399	0.0005		
9	6	12.215	12.242		-0.0171	0.0003						
10	7	12.026	12.327		0.0679	0.0046						
11	8	12.359	12.359		0.0999	0.0100						
12	9	12.215	12.387		0.1279	0.0164						
13	10	12.387	12.466		0.2069	0.0428						
14												

La distribution est: NORMALE

test N=10 / test N=20 / test=30 / coeff / seuils /

