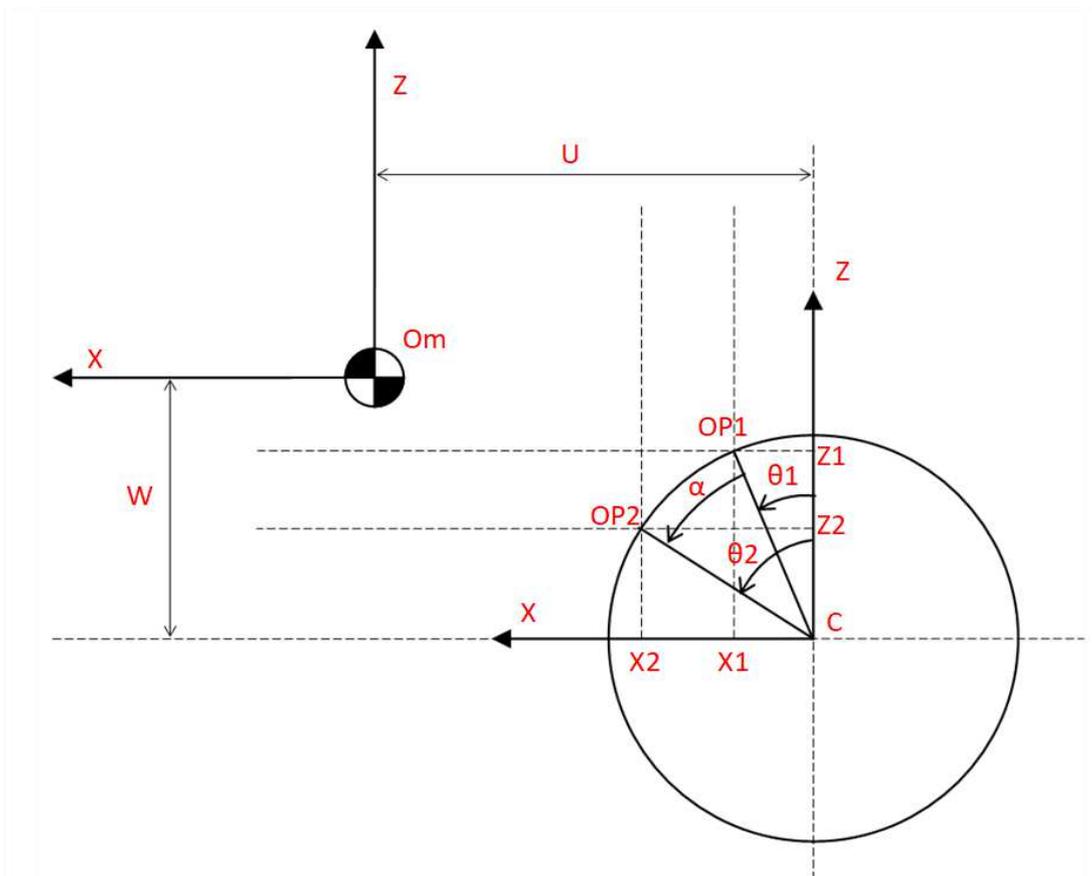
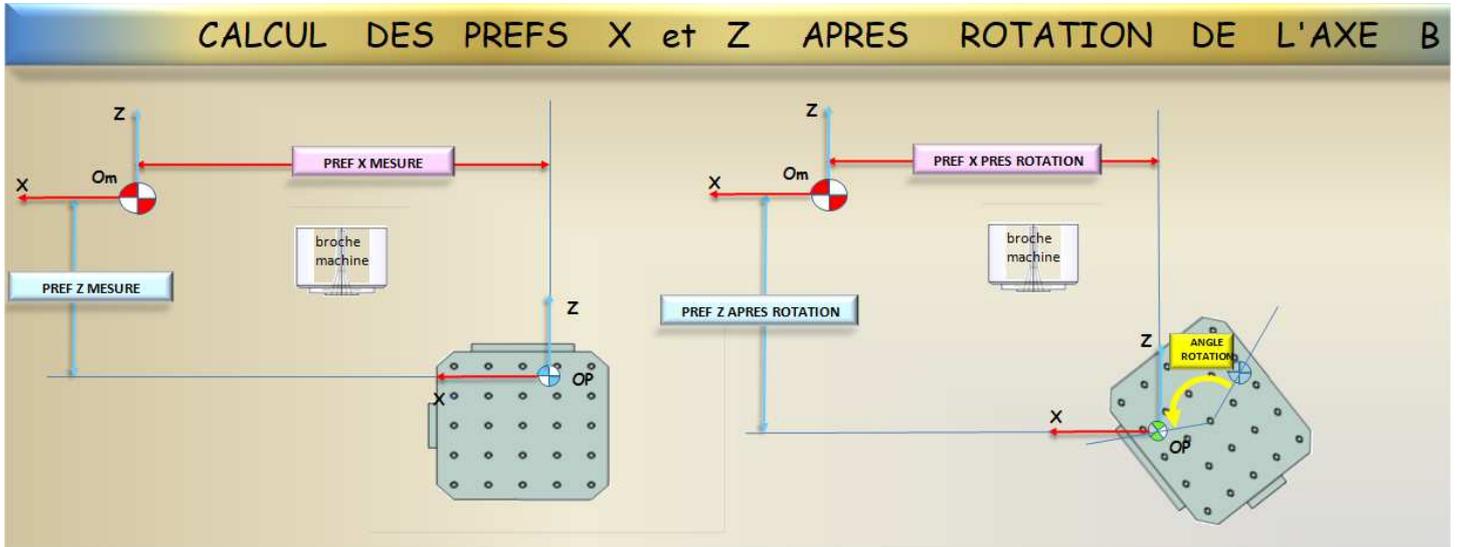


Problème: Dans le repère machine (Om, Z, X) , il s'agit de déterminer les coordonnées d'un point $OP2(z2, x2)$ qui est le résultat de la rotation d'un angle α d'un point $OP1(z1, x1)$ autour du centre de la palette (C)



- On pose:
- U = distance entre l'origine machine Om et le centre de la palette suivant l'axe X
 - W = distance entre l'origine machine Om et le centre de la palette suivant l'axe Z
 - α = angle de la rotation
 - θ_1 = angle formé entre la première position et l'axe Z
 - θ_2 = angle formé entre la deuxième position et l'axe Z
 - r = rayon du cercle de centre C

Rappel: $\cos(a+b) = \cos(a).\cos(b)-\sin(a).\sin(b)$
 $\sin(a+b) = \sin(a).\cos(b)+\cos(a).\sin(b)$

Etape 1. Montrer que dans le repère (C,Z,X) on a:

- $Z_2 = Z_1.\cos(\alpha) - X_1.\sin(\alpha)$
- $X_2 = X_1.\cos(\alpha) + Z_1.\sin(\alpha)$

On a: $r = \sqrt{X_1^2 + Z_1^2}$ et $\theta_2 = \theta_1 + \alpha$

$$Z_2 = r \cos \theta_2 = r \cos(\theta_1 + \alpha)$$

$$X_2 = r \sin \theta_2 = r \sin(\theta_1 + \alpha)$$

$$Z_2 = r(\cos \theta_1 \cos \alpha - \sin \theta_1 \sin \alpha)$$

$$X_2 = r(\sin \theta_1 \cos \alpha + \cos \theta_1 \sin \alpha)$$

$$Z_2 = r \cos \theta_1 \cos \alpha - r \sin \theta_1 \sin \alpha$$

$$X_2 = r \sin \theta_1 \cos \alpha + r \cos \theta_1 \sin \alpha$$

comme:

$$X_1 = r \sin \theta_1 \quad \text{et} \quad Z_1 = r \cos \theta_1$$

alors:

$$Z_2 = Z_1 \cos \alpha - X_1 \sin \alpha$$

$$X_2 = X_1 \cos \alpha + Z_1 \sin \alpha$$

Etape 2. Montrer que dans le repère (Om,Z,X) on a:

- $Z_2 = (Z_1 - W).\cos(\alpha) - (X_1 - U).\sin(\alpha) + W$
- $X_2 = (X_1 - U).\cos(\alpha) + (Z_1 - W).\sin(\alpha) + U$

Dans le repère (C, Z, X) on a:

$$Z_{2(C,Z,X)} = Z_{1(C,Z,X)} \cos \alpha - X_{1(C,Z,X)} \sin \alpha$$

$$X_{2(C,Z,X)} = X_{1(C,Z,X)} \cos \alpha + Z_{1(C,Z,X)} \sin \alpha$$

Dans le repère (Om,Z,X) on a:

$$Z_{2(Om,Z,X)} = Z_{2(C,Z,X)} + W$$

$$X_{2(Om,Z,X)} = X_{2(C,Z,X)} + U$$

De même:

$$Z_{1(C,Z,X)} = Z_{1(Om,Z,X)} - W \quad \text{et} \quad X_{1(C,Z,X)} = X_{1(Om,Z,X)} - U$$

Donc:

$$Z_{2(Om,Z,X)} = (Z_{1(Om,Z,X)} - W) \cos \alpha - (X_{1(Om,Z,X)} - U) \sin \alpha + W$$

$$X_{2(Om,Z,X)} = (X_{1(Om,Z,X)} - U) \cos \alpha + (Z_{1(Om,Z,X)} - W) \sin \alpha + U$$