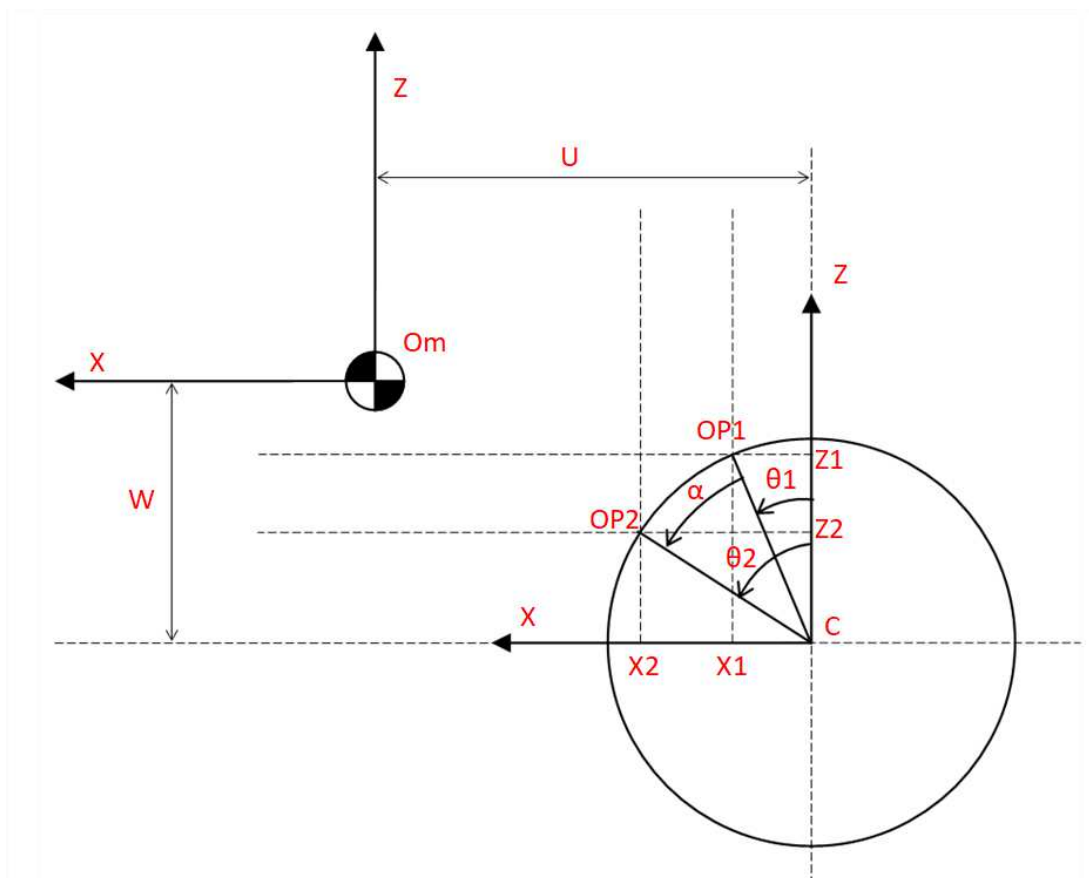
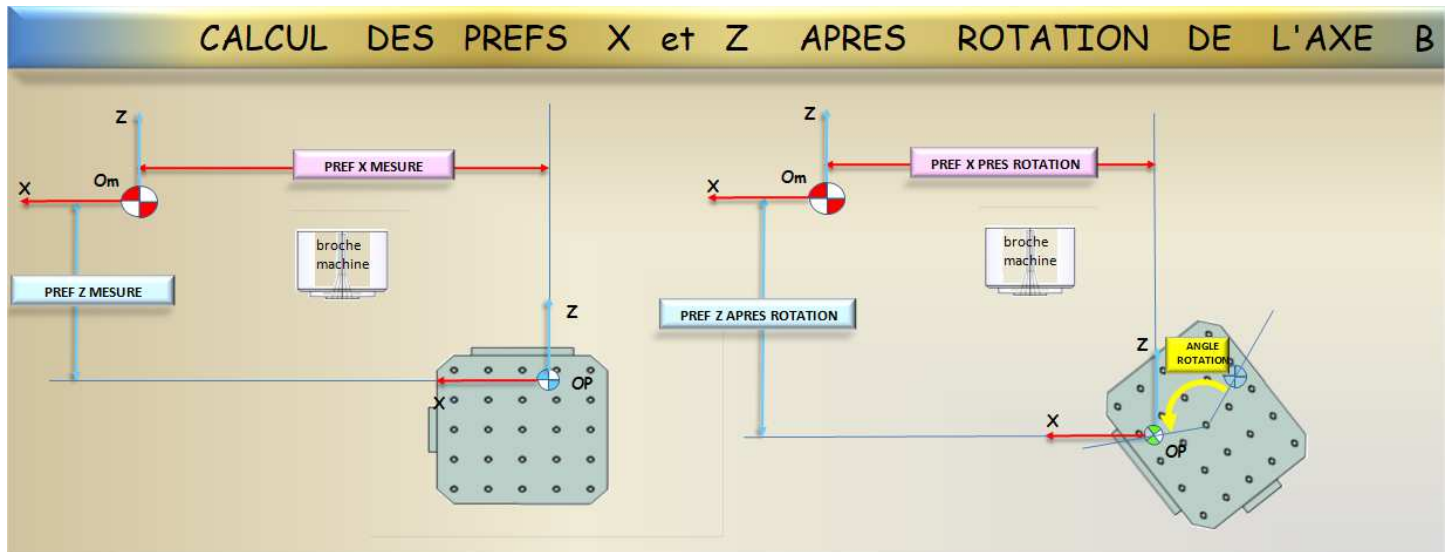


Problème: Dans le repère machine (Om, Z, X) , il s'agit de déterminer les coordonnées d'un point $OP2(z2, x2)$ qui est le résultat de la rotation d'un angle α d'un point $OP1(z1, x1)$ autour du centre de la palette (C)



On pose:

- U = distance entre l'origine machine Om et le centre de la palette suivant l'axe X
- W = distance entre l'origine machine Om et le centre de la palette suivant l'axe Z
- α = angle de la rotation
- θ_1 = angle formé entre la première position et l'axe Z
- θ_2 = angle formé entre la deuxième position et l'axe Z
- r = rayon du cercle de centre C

Rappel: $\cos(a+b) = \cos(a).\cos(b)-\sin(a).\sin(b)$
 $\sin(a+b) = \sin(a).\cos(b)+\cos(a).\sin(b)$

Etape 1. Montrer que dans le repère (C,Z,X) on a:

- $Z2=Z1.\cos(\alpha)-X1.\sin(\alpha)$
- $X2= X1.\cos(\alpha)+Z1.\sin(\alpha)$

On a: $r = \sqrt{X1^2 + Z1^2}$ et $\theta 2 = \theta 1 + \alpha$

$$Z2 = r \cos \theta 2 = r \cos(\theta 1 + \alpha)$$

$$X2 = r \sin \theta 2 = r \sin(\theta 1 + \alpha)$$

$$Z2 = r(\cos \theta 1 \cos \alpha - \sin \theta 1 \sin \alpha)$$

$$X2 = r(\sin \theta 1 \cos \alpha + \cos \theta 1 \sin \alpha)$$

$$Z2 = r \cos \theta 1 \cos \alpha - r \sin \theta 1 \sin \alpha$$

$$X2 = r \sin \theta 1 \cos \alpha + r \cos \theta 1 \sin \alpha$$

comme:

$$X1 = r \sin \theta 1 \quad \text{et} \quad Z1 = r \cos \theta 1$$

alors:

$$Z2 = Z1 \cos \alpha - X1 \sin \alpha$$

$$X2 = X1 \cos \alpha + Z1 \sin \alpha$$

Etape2. Montrer que dans le repère (Om,Z,X) on a:

- $Z2=(Z1-W).\cos(\alpha)-(X1-U).\sin(\alpha)+W$
- $X2=(X1-U).\cos(\alpha)+(Z1-W).\sin(\alpha)+U$

Dans le repère (C, Z, X) on a:

$$Z2_{(C,Z,X)} = Z1_{(C,Z,X)} \cos \alpha - X1_{(C,Z,X)} \sin \alpha$$

$$X2_{(C,Z,X)} = X1_{(C,Z,X)} \cos \alpha + Z1_{(C,Z,X)} \sin \alpha$$

Dans le repère (Om,Z,X) on a:

$$Z2_{(Om,Z,X)} = Z2_{(C,Z,X)} + W$$

$$X2_{(Om,Z,X)} = X2_{(C,Z,X)} + U$$

De même:

$$Z1_{(C,Z,X)} = Z1_{(Om,Z,X)} - W \quad \text{et} \quad X1_{(C,Z,X)} = X1_{(Om,Z,X)} - U$$

Donc:

$$Z2_{(Om,Z,X)} = (Z1_{(Om,Z,X)} - W) \cos \alpha - (X1_{(Om,Z,X)} - U) \sin \alpha + W$$

$$X2_{(Om,Z,X)} = (X1_{(Om,Z,X)} - U) \cos \alpha + (Z1_{(Om,Z,X)} - W) \sin \alpha + U$$